Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут»

Факультет прикладної математики

Кафедра спеціалізованих комп’ютерних систем

Розрахунково-графічна робота

з дисципліни

**«Теорія ймовірностей та математична статистика»**

**Виконав: Перевірила:**

cтудент групи **КВ-02**

**Варіант № 09** доцент кафедри СКС

Комарянський Остап Ростиславови ч \_\_\_\_\_\_\_\_ / Сапсай Т.Г. /

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ ­­­­­­2011р.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1.09** | **2.09** | **3.09** | **4.09** | | **5.09** | **6.09** | **7.09** | **8.09** | **9.09** | **10.09** | **Σ** | |
| **Уточн.**  **умови** |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |
| **Бали** |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |

Київ 2011

**Завдання № 01.09**

*Умова:* Скількома способами можна з 7 осіб вибрати комісію, що складається з 3 осіб?

*Формула:*

Кількість способів вибору декількох речей з більшої групи де порядок не має значення можна вирахувати за допомогою формули комбінацій:

Оскільки, комбінація має властивість:

то її можна вирахувати і таким способом, що буде рівнозначно кількості способів вибору чотирьох осіб, що ***не*** *входять* до складу комісії().

*Розрахунок:*

*Відповідь:* З 7 осіб вибрати комісію, що складається з 3 осіб можна вибрати 35-ма способами.

**Завдання №02.09**

*Умова:* На станцію очищення стічних вод 30% стоку надходить з першого підприємства, 40% - з другого, а решта з третього. Ймовірність появи в стічних водах солей важких металів для першого, другого і третього підприємств відповідно дорівнюють 0,01; 0,02 та 0,04. Визначити ймовірність появи солей важких металів у стічних водах на станції.

*Формула:* Нехай подія – поява солей важких металів у стічних водах на станції. Події – поява на станції очищення стічних вод першого, другого і третього підприємства відповідно.

Тоді з умови задачі:

;

; ; .

Оскільки події появи на станції очищення стічних вод з першого, другого чи третього підприємства складають повну групу подій(є гіпотезами), то:

Оскільки випадкова подія може відбутися тільки разом із однією з подій  які попарно несумісні і утворюють повну групу, то для розрахунку імовірності її появи застосуємо формулу повної імовірності.

*Розрахунок:*

*Відповідь:* Імовірність появи солей важких металів у стічних водах на станції дорівнює 0,023.

**Завдання №03.09**

*Умова:* Розігрується лотерея. Ймовірність того, що випадково куплений лотерейний білет є виграшним із сумою виграшу не меншою ніж 50 грн. становить 0,003. Азартна людина купила 450 лотерейних білетів. Яка ймовірність того, що серед цих білетів буде: 1) від п’яти до восьми білетів із виграшем не меншим ніж 50 грн.; 2) хоча б один білет із виграшем не меншим ніж 50 грн.; 3) менше трьох білетів із виграшем не меншим ніж 50 грн.?

*Формула:*

Нехай подія – наявність від п’яти до восьми білетів із виграшем не меншим ніж 50 грн., подія – наявність хоча б одного білета із виграшем не меншим ніж 50 грн., подія – наявність менше трьох білетів із виграшем не меншим ніж 50 грн. Оскільки імовірність будемо обчислювати за допомогою наближеної інтегральної формули Лапласа:

*Розрахунок:*

*Відповідь:* 1) 2) 3)

**Завдання №04.09**

*Умова:* Знайти ймовірність того, що при 100 пострілах в мішень влучить 75 куль, якщо ймовірність попадання при одному пострілі дорівнює 0,8.

*Формула:*

Оскільки кількість випробувань а імовірність появи події в усіх випробуваннях однакова, доцільно використати наближену локальну формулу Муавра-Лапласа:

*Розрахунок:*

Оскільки – парна, то

*Відповідь:* Якщо імовірність попадання при одному пострілі дорівнює 0,8, то імовірність того, що при 100 пострілах в мішень влучить 75 куль дорівнює

**Завдання №05.09**

*Умова:* Жереб незалежно тягнуть чотири особи повертаючи його назад. Якщо ймовірність його витягнути складає 0,6, то яка ймовірність, що його витягнуть тільки три особи? Менше двох осіб?

*Формула:* Нехай подія – витягнення жеребу, – жереб витягнуть три особи, – жереб витягнуть менше двох осіб. Тоді з умови задачі Оскільки ми маємо повторні незалежні випробування, імовірність появи події в кожному з яких однакова, а кількість випробувань відносно мала, то обчислювати імовірність того, що подія з’явиться рівно разів в незалежних випробуваннях необхідно за формулою Бернуллі:

Для обчислення ймовірності того, що подія появиться від до разів, потрібно обчислити ймовірності для і скласти ці значення ймовірностей, тобто:

*Розрахунок:*

*Відповідь:* Імовірність того, що жереб витягнуть тільки три особи дорівнює імовірність того, що жереб витягнуть менше двох осіб дорівнює

**Завдання №06.09**

*Умова:* Знайти математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення, початкові моменти 1-го та 2-го порядків, центральний момент 2-го порядку дискретної випадкової величини *Х,* заданої законом розподілу (задані всі можливі значення випадкової величини):

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 9 | *X* | 4,1 | 4,3 | 4,4 | 4,8 |
| *P* | 0,62 | 0,12 | 0,09 |  |

*Формула:* Оскільки задані всі можливі значення випадкової величини, то

Як відомо, формули центрального то початкового моменту -ого порядку мають вид:

З властивостей центрального моменту ми також знаємо:

Крім того:

Отже, математичне сподівання, дисперсію(центральний момент 2-го порядку) та середнє квадратичне відхилення ми можемо знайти обчисливши початкові моменти 1-го та 2-го порядків. Оскільки випадкова величина дискретна, то:

*Розрахунок:*

*Відповідь:*

**Завдання №07.09**

*Умова:* Підкидають два гральні кубики. Нехай ξ - число очок на першому кубику, а η - максимальне з двох очок. а ) Знайти сумісний розподіл ξ та η; б ) обчислити M(ξ), M(η), D(ξ), D(η).

*Формула:* Для зручності візьмемо ξ за а η за Як відомо, сумісний розподіл можна записати у виді:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | | | |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Оскільки максимальне з двох очок не може бути меншим за число на першому кубику, то:

Якщо максимальне число дорівнює числу, що випало на першому кубику, імовірність такої події буде дорівнювати добутку імовірності випадіння очок на першому кубику і імовірності того, що на другому кубику випаде число :

У всіх інших випадках така імовірність буде дорівнювати добутку імовірності випадіння очок на першому кубику і імовірності того, що на другому кубику випаде максимальне число :

Маючи сумісний розподіл величин, легко знайти закон розподілу складових:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Оскільки величини дискретні, з їх закону розподілу ми легко знайдемо їх математичні сподівання і дисперсії:

*Розрахунок:* Оскільки імовірність випадіння будь-якого числа на кубику однакова і дорівнює , то імовірності можна записати наступним чином:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 |  |  |  | 0 | 0 | 0 |
| 4 |  |  |  |  | 0 | 0 |
| 5 |  |  |  |  |  | 0 |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  |  |  |  |  |  |  |

*Відповідь:*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 0,0278 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0,0278 | 0,0556 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0,0278 | 0,0278 | 0,0833 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0,0278 | 0,0278 | 0,0278 | 0,1111 | 0 | 0 |
| 5 | 0,0278 | 0,0278 | 0,0278 | 0,0278 | 0,1389 | 0 |
| 6 | 0,0278 | 0,0278 | 0,0278 | 0,0278 | 0,0278 | 0,1667 |